

Risoluzione Problemi Campionato Tappa di Marzo

Problema Marzo (cat. 1-2 Media)

Testo:

A DiarikTown è il momento delle pulizie di primavera, e Fazio porta alla lavanderia pubblica i suoi piumini pesanti, con l'intenzione di trovare la lavatrice giusta che contenga esattamente tutta la massa delle sue coperte. Prova usando 3 lavatrici da 7 kg, però gli rimangono fuori un multiplo di 5 kg di coperte. Perciò, prova con quelle da 13kg, ma usandone 2 non riesce a lavare un multiplo di 3 kg di coperte. Quanti sono, al minimo, i kg di piumini che Fazio ha portato in lavanderia?

Svolgimento:

Nel primo caso, Fazio inserisce 21 kg, e gliene rimane fuori un multiplo di 5, chiamiamolo $5y$. Possiamo affermare che la massa totale equivale a $21 + 5y$ kg. Nel secondo caso, le lavatrici contengono 26 kg, rimanendo però fuori $3x$ kg. Dunque, la massa equivale anche a $26 + 3x$ kg. Le due masse devono essere uguali, perciò, eguagliando quanto appena descritto, si arriva a dire che $5+3x = 5y$. Provando con alcuni valori, si nota che il risultato minore si ottiene per $x=5$ e $y=4$. Perciò, Fazio ha portato a lavare ben 41 kg di piumini.

Problema Marzo (cat. 3 media-1 Superiore)

Testo:

A DiarikTown è giunto il momento dell'anno preferito dal consorzio agricolo MathPumpkin: il Seed Day. Come ogni anno, i diversi agricoltori di zucche (e non solo) si sono radunati nella grande piazza per scommettere, sfidarsi, divertirsi, tutto questo mentre barattano e vincono semi di varietà nuove e rare. Ad un certo punto, il co-fondatore del consorzio sfida il suo socio, mettendo in palio 10 semi della varietà Hokkaido Math Kuri, che ha appena acquistato a caro prezzo. I due si divertono sempre in questo modo. Dunque, lo sfidante pone un quesito matematico all'amico. "Quest'anno planterò un numero pari di piante di zucca tale che la differenza tra la somma di tutti i numeri pari presenti da 0 al doppio di quel numero e quattro volte la somma di tutti i numeri dispari presenti tra 0 e quel numero mi dia 700. Quante piante dovrò seminare?" Che numero deve rispondere lo sfidato per vincere quei semi?

Svolgimento:

Se chiamiamo N il numero di piante che lo sfidante vuole piantare, riusciamo a ricavare un'equazione che ci risolva il problema. Ricordiamo che la somma dei numeri pari compresi tra 0 e $2x$ è espressa dalla formula $x(x+1)$; la somma dei numeri dispari da 0 a x è invece $(\frac{x}{2})^2$. Dunque, visto che nel primo caso si arriva fino a $2N$, l'equazione finale diventa: $N(N+1)-4(\frac{N}{2})^2=700$, che risolta dà $N = 700$.

Problema Marzo (cat. 2-3 Superiore)

Testo:

La primavera è giunta anche al famoso MathPark, dove le due specie più presenti stanno dando sfoggio di magnifiche fioriture. La prima varietà, la SquareRose, ha fatto fiorire in tutto $3m^2+4m+73$ fiori; la varietà di PentaLily, invece, ha sbocciato $m^2+\frac{4}{3}m$ fiori. I botanici matematici del garden vogliono calcolare quanti siano i possibili MCD tra i due valori, al variare di m (che indica un parametro vegetale). Che valori hanno scritto gli scienziati nel loro taccuino? (Si dia come risposta la somma tra tutti i possibili valori di MCD)

Svolgimento:

Scriviamo il MCD nella forma $(3m^2+4m+73, m^2+\frac{4}{3}m)$, per l'algoritmo di Euclide il MCD rimane lo stesso se si fa $(3m^2+4m+73 - 3(m^2+\frac{4}{3}m), m^2+\frac{4}{3}m)$, ovvero $(73, m^2+\frac{4}{3}m)$. Il MCD vale 73 se $m^2+\frac{4}{3}m$ è un multiplo di 73; vale invece 1 se $m^2+\frac{4}{3}m$ non è un multiplo di 73. Perciò la risposta da dare è la somma tra questi due valori, ovvero $73+1=74$.

Problema Marzo (cat. 4-5 Superiore)

Testo:

Simo ha ricevuto un attacco hacker dal Matrix, e per questo non ricorda più che polinomio aveva scritto alla lavagna elettronica. Ha però alcuni dati che si leggono ancora, lasciati dal problema precedente. "Se $P(x)$ viene diviso per $x-2$ dà per resto 2. Se diviso per $x-3$ dà per resto 3. Quale è il resto della divisione di $P(x)$ per $(x-2)(x-3)$ ". Simo pensa che anche senza il polinomio $P(x)$ si possa risolvere il problema, e per questo chiama a raccolta tutto il team di Diariko per trovare la soluzione. Una volta trovata la soluzione, si ponga il valore di x nel resto trovato uguale a 358, e si fornisca come soluzione la somma algebrica dei membri.

Svolgimento:

Per il teorema del resto (o Ruffini) si ha che $P(x)$ diviso per $(x-n)$ dà come resto $P(n)$.

Dunque $P(2)=2$ e $P(3)=3$. Dividendo per $(x-2)(x-3)$, si ottiene

$P(x) = (x-2)(x-3) \cdot Q(x) + \text{resto}$. (dove $Q(x)$ è il quoziente)

Sicuramente il resto ha un grado minore di 2, poichè dividiamo per un polinomio di secondo grado. Quindi se noi chiamiamo il resto $R(x)=ax+b$, e facciamo un sistema con le due informazioni fornite, riusciamo a ricavare il resto, senza passare dal polinomio.

$$P(2) = (2-2)(2-3) \cdot Q(2) + R(2) = 2a+b=2$$

$$P(3) = (3-2)(3-3) \cdot Q(3) + R(3) = 3a+b=3$$

Per cui ricaviamo facilmente che $a=1$ e $b=0$.

Per cui il resto sarà $1x+0$, cioè x , e la soluzione richiesta è per questo 358.